В О П Р О С Ы

к коллоквиуму по математическому анализу

для студентов первого курса второго потока

2011-2012 учебный год

Лектор профессор В.А.ЗОРИЧ

ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

(число, функция, предел)

1. Действительные числа. Ограниченные (сверху, снизу) числовые множества. Аксиома полноты и существование верхней (нижней) грани множества. Неограниченность множества натуральных чисел.

2. Основные леммы, связанные с полнотой множества действительных чисел $\mathbb{R}$ (вложенные отрезки, конечное покрытие, предельная точка).

3. Предел последовательности и критерий Коши его существования. Критерий существования предела монотонной последовательности.

4. Ряд и его сумма. Геометрическая прогрессия. Критерий Коши и необходимое условие сходимости ряда. Гармонический ряд. Абсолютная сходимость.

5. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Теорема сравнения. Ряд $\zeta(s) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} n^{-s}$.

6. Степенные разложения функций e^x, $\cos x$, $\sin x$, $(1+x)^\alpha$, $\ln(1+x)$. и области их сходимости (пока без доказательства) .

7. Предел функции. Основные базы предельного перехода. Определение предела функции при произвольной базе и его расшифровка в конкретных случаях. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение финального поведения функций, асимптотические формулы и основные операции с символами $o(\cdot)$, $O(\cdot)$.

8. Взаимосвязь предельного перехода с арифметическими операциями и отношением порядка в $\mathbb{R}$. Предел $\frac{\sin x}{x}$ при $x \to 0$.

9. Предел композиции функций и монотонной функции. Предел $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ при $x \to \infty$.

10. Критерий Коши существования предела функции.

11. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (локальная ограниченность, сохранение знака, арифметические операции, непрерывность композиции). Непрерывность многочлена, рациональной функции и тригонометрических функций.

12. Глобальные свойства непрерывных функций (промежуточные значения, максимумы, равномерная непрерывность).

13. Разрывы монотонной функции. Теорема об обратной функции. Непрерывность обратных тригонометрических функций.